Model probabilistyczny doświadczenia losowego
Reguły drzewa stochastycznego

PROPER
PROBABILITY AROUND US
PROBABILITY FOR EVERYONE

Co-funded by the European Union

Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the European Education and Culture Executive Agency (EACEA). Neither the European Union nor EACEA can be held responsible for them.

Doświadczenie losowe to eksperyment fizyczny, o przebiegu którego decyduje przypadek.

?????

Astragale

Astragale

Pinezka

Szklanka

Szklanka

Gra

PASS PIGS
Lose Your Points
PIG OUT
10 SNOUTER
40 DOUBLE
1 SIDER
15 LEANING JOWLER
60 DOUBLE
5 TROTTER
20 DOUBLE
Add Combined Score
MIXED COMBO
5 RAZORBACK
20 DOUBLE
Back to Zero
OINKER

Gra

Gra

Doświadczenie losowe

Definicja

Doświadczeniem losowym nazywamy eksperyment fizyczny, zjawisko, doświadczenie, o przebiegu i wyniku którego decyduje przypadek,

Doświadczenie losowe

Definicja

Doświadczeniem losowym nazywamy eksperyment fizyczny, zjawisko, doświadczenie, o przebiegu i wyniku którego decyduje przypadek, przy czym spełnione są dwa warunki:

1) zbiór Ω_δ wszystkich możliwych wyników tego doświadczenia jest co najwyżej przeliczalny,

Doświadczenie losowe

Definicja

Doświadczeniem losowym nazywamy eksperyment fizyczny, zjawisko, doświadczenie, o przebiegu i wyniku którego decyduje przypadek, przy czym spełnione są dwa warunki:

1) zbiór Ω_δ wszystkich możliwych wyników tego doświadczenia jest co najwyżej przeliczalny,
2) dla każdego wyniku można określić a priori prawdopodobieństwo, z jakim doświadczenie może zakończyć się tym wynikiem.

Doświadczenie losowe

Definicja

Doświadczeniem losowym nazywamy eksperyment fizyczny, zjawisko, doświadczenie, o przebiegu i wyniku którego decyduje przypadek, przy czym spełnione są dwa warunki:

1) zbiór Ω_δ wszystkich możliwych wyników tego doświadczenia jest co najwyżej przeliczalny,
2) dla każdego wyniku można określić a priori prawdopodobieństwo, z jakim doświadczenie może zakończyć się tym wynikiem.

Doświadczenia losowe oznaczamy grecką literą δ (delta), ewentualnie ze wskaźnikami.

Doświadczenie losowe

Zbiór wyników doświadczenia losowego jest co najmniej dwuelementowy. Jeśli ten zbiór jest co najwyżej przeliczalny, to doświadczenie losowe nazywamy ziarnistym.

Doświadczenie losowe

Zbiór wyników doświadczenia losowego jest co najmniej dwuelementowy. Jeśli ten zbiór jest co najwyżej przeliczalny, to doświadczenie losowe nazywamy ziarnistym.

Wśród ziarnistych doświadczeń losowych wyróżniamy te, które przebiegają etapami. Nazywamy je doświadczeniami wieloetapowymi.

Doświadczenie losowe

Zbiór wyników doświadczenia losowego jest co najmniej dwuelementowy. Jeśli ten zbiór jest co najwyżej przeliczalny, to doświadczenie losowe nazywamy ziarnistym.

Wśród ziarnistych doświadczeń losowych wyróżniamy te, które przebiegają etapami. Nazywamy je doświadczeniami wieloetapowymi.

Wśród doświadczeń przebiegających etapami wyróżniamy te, których liczba etapów jest losowa. Nazywamy je doświadczeniami losowymi o losowej liczbie etapów.

Model probabilistyczny doświadczenia losowego

Definicja

Przestrzeń probabilistyczną (Ω, p) nazywamy modelem probabilistycznym, albo krótko modelem doświadczenia losowego δ, jeśli Ω jest zbiorem wszystkich możliwych wyników doświadczenia δ, a funkcja p przypisuje każdemu wynikowi prawdopodobieństwo, z jakim doświadczenie δ może się tym wynikiem zakończyć.

Model probabilistyczny rzutu monetą

Wyniki rzutu monetą oznaczamy na ogół literami:

r – wypadnie reszka,

o – wypadnie orzeł.

Modelem rzutu monetą jest przestrzeń probabilistyczna (Ω, p), gdzie $\Omega = \{o, r\}$ i $p(o) = p(r) = \frac{1}{2}$.

Model probabilistyczny n-krotnego rzutu monetą

Wynik n-krotnego rzutu monetą jest n-wyrazową wariacją zbioru $\{o, r\}$. Jej j-ty wyraz jest wynikiem j-tego rzutu.

Model probabilistyczny n-krotnego rzutu monetą

Wynik n-krotnego rzutu monetą jest n-wyrazową wariacją zbioru $\{o, r\}$. Jej j-ty wyraz jest wynikiem j-tego rzutu.

Wszystkie wyniki są jednakowo prawdopodobne (wynika to z faktu, że za każdym razem orzeł i reszka są jednakowo prawdopodobne).

Model probabilistyczny n-krotnego rzutu monetą

Wynik n-krotnego rzutu monetą jest n-wyrazową wariacją zbioru $\{o, r\}$. Jej j-ty wyraz jest wynikiem j-tego rzutu.

Wszystkie wyniki są jednakowo prawdopodobne (wynika to z faktu, że za każdym razem orzeł i reszka są jednakowo prawdopodobne).

Modelem n-krotnego rzutu monetą jest zatem klasyczna przestrzeń probabilistyczna (Ω, p), gdzie

$$\Omega = \{o, r\}^n \quad \text{i} \quad p(\omega) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \text{dla każdego} \quad \omega \in \{o, r\}^n.$$

Model probabilistyczny n-krotnego rzutu monetą jest więc n-tą potęgą kartezjańską modelu rzutu monetą.

Czekanie na reszkę i jego model probabilistyczny

Powtarzanie rzutu monetą tak długo, aż wypadnie reszka, jest doświadczeniem losowym δ_r, które nazywamy czekaniem na reszkę.

Czekanie na reszkę i jego model probabilistyczny

Powtarzanie rzutu monetą tak długo, aż wypadnie reszka, jest doświadczeniem losowym δ_r, które nazywamy czekaniem na reszkę.

Niech ω_n oznacza wynik:

reszka wypadnie po raz pierwszy w n-tym rzucie ($n \in \mathbb{N}_1$).

Czekanie na reszkę i jego model probabilistyczny

Powtarzanie rzutu monetą tak długo, aż wypadnie reszka, jest doświadczeniem losowym δ_r, które nazywamy czekaniem na reszkę.

Niech ω_n oznacza wynik:

reszka wypadnie po raz pierwszy w n-tym rzucie $(n \in \mathbb{N}_1)$.

Wówczas $\Omega_r = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots\}$.

Czekanie na reszkę i jego model probabilistyczny

Powtarzanie rzutu monetą tak długo, aż wypadnie reszka, jest doświadczeniem losowym δ_r, które nazywamy czekaniem na reszkę.

Niech ω_n oznacza wynik:

reszka wypadnie po raz pierwszy w n-tym rzucie ($n \in \mathbb{N}_1$).

Wówczas $\Omega_r = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots\}$.

Wynik ω_n jest szczególnym wynikiem n-krotnego rzutu monetą.

Czekanie na reszkę i jego model probabilistyczny

Powtarzanie rzutu monetą tak długo, aż wypadnie reszka, jest doświadczeniem losowym δ_r, które nazywamy czekaniem na reszkę.

Niech ω_n oznacza wynik:

reszka wypadnie po raz pierwszy w n-tym rzucie $(n \in \mathbb{N}_1)$.

Wówczas $\Omega_r = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \ldots\}$.

Wynik ω_n jest szczególnym wynikiem n-krotnego rzutu monetą.

Wszystkich wyników n-krotnego rzutu monetą jest 2^n i wszystkie są jednakowo prawdopodobne, a zatem prawdopodobieństwo każdego — a więc także wyniku ω_n — jest równe $\frac{1}{2^n}$.

Czekanie na reszkę i jego model probabilistyczny

Zauważ, że

$$\frac{1}{2^n} = \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Czekanie na reszkę i jego model probabilistyczny

Zauważ, że

$$\frac{1}{2^n} = \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

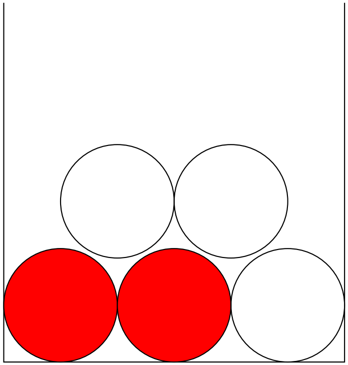
Z tych faktów wynika, że jeśli

$$p_r(\omega_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n,$$

to nieskończona przestrzeń probabilistyczna (Ω_r, p_r) jest modelem doświadczenia δ_r.

- δ_1 – losowanie kuli z urny U_{3*2},
- δ_2 – równoczesne losowanie dwóch kul z urny U_{3*2},
- δ_3 – dwukrotne losowanie bez zwracania kuli z urny U_{3*2},
- δ_4 – dwukrotne losowanie ze zwracania kuli z urny U_{3*2},
- δ_5 – losowanie bez zwracania kuli z urny U_{5*1} tak długo, aż zostanie wylosowana kula czerwona.

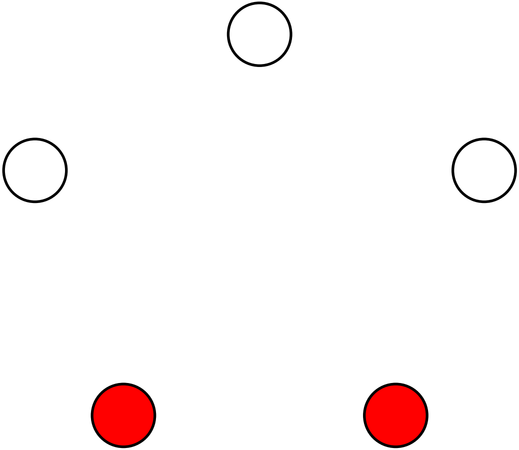
Urna U_{3*2}

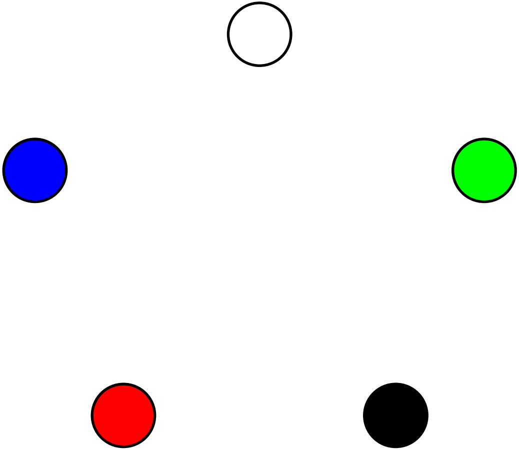


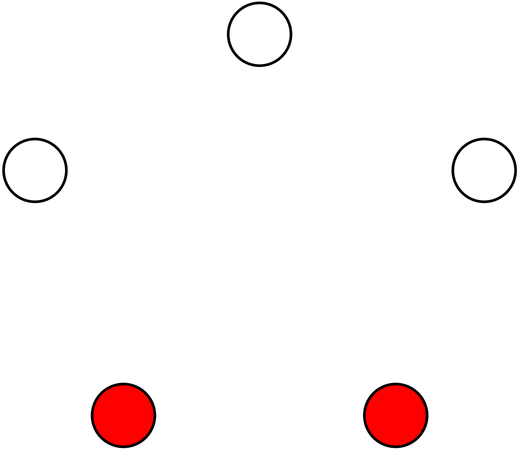
ω_k - wśród wylosowanych kul będzie k kul czerwonych,

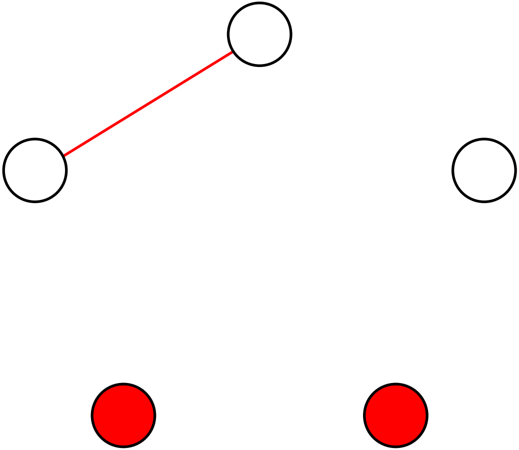
gdzie $k = 0, 1, 2.$

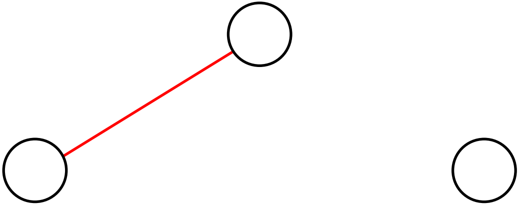
$$\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \omega_2\}$$



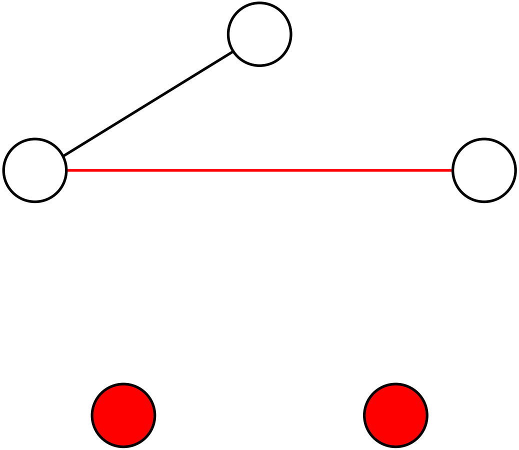


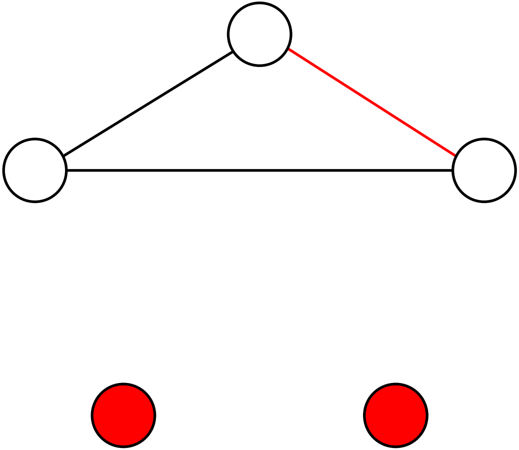


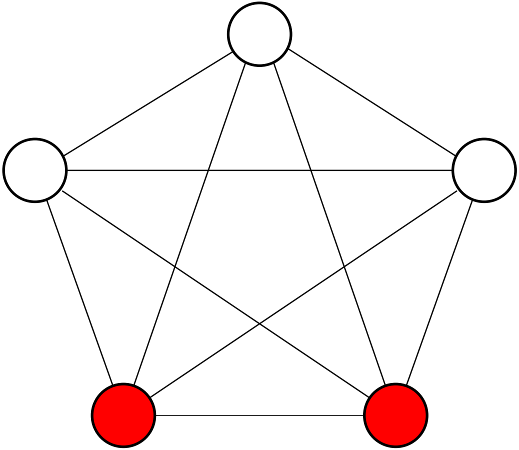


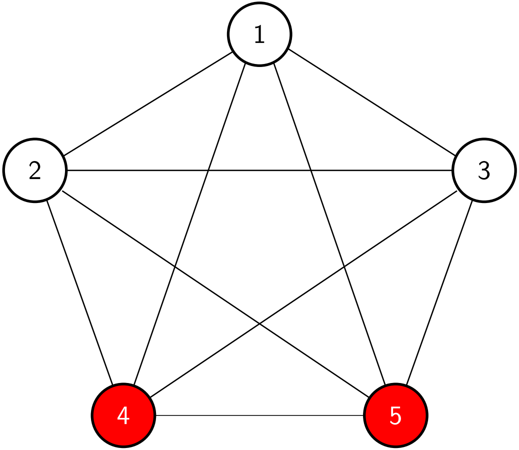


przypadek prowadzący do wyniku ω_0





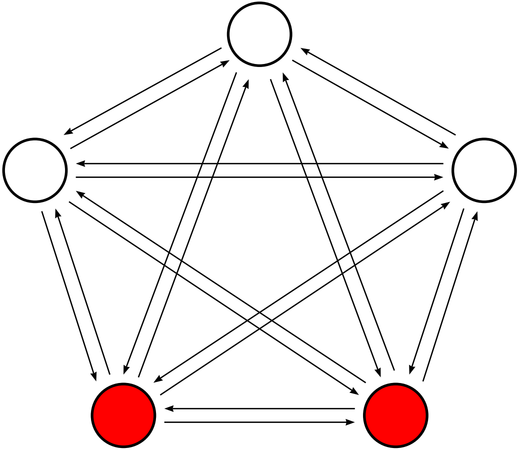


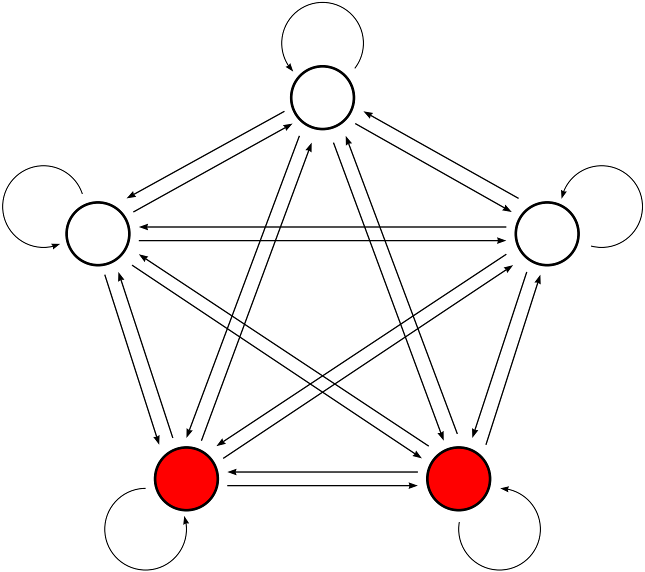

1
2
3
4
5

$$p(\omega_0) = \frac{3}{10}$$

$$p(\omega_1) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$p(\omega_2) = \frac{1}{10}$$

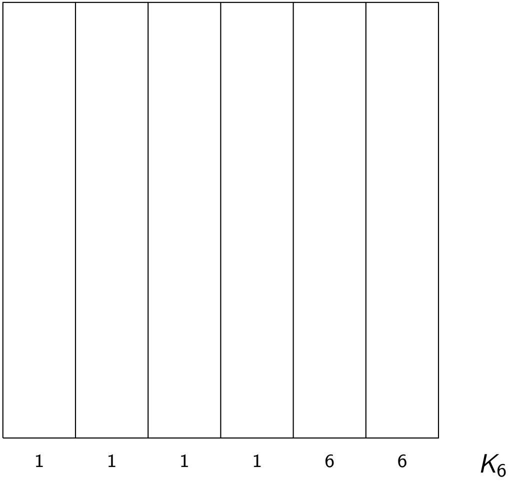




K_6 - 4 ściany z 1, 2 ściany z 6
K_8 - 3 ściany z 0, 5 ścian z 4

$$K_6 \quad K_8$$

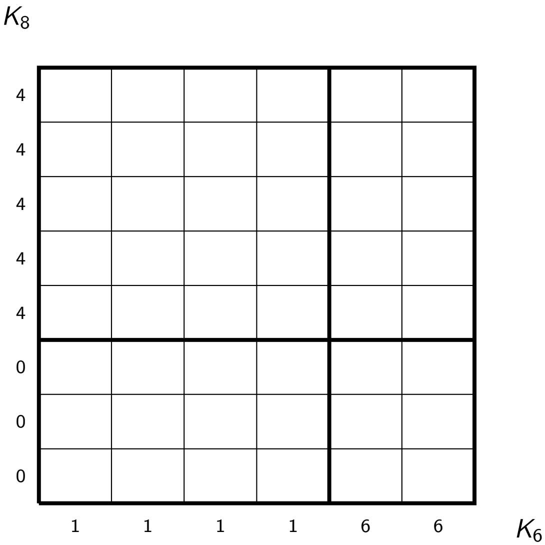
$$\Omega = \{14, 64, 10, 60\}$$

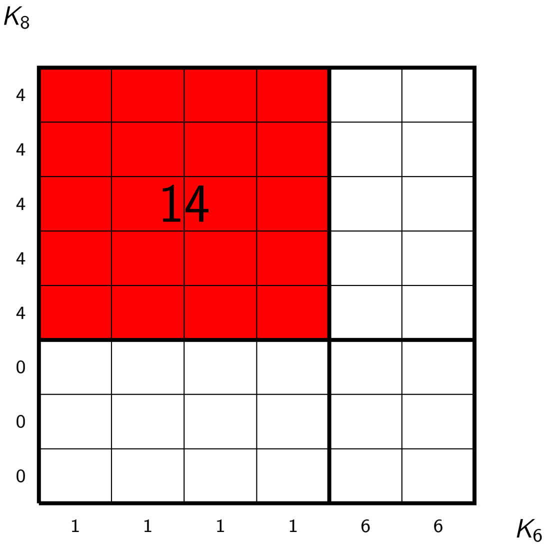

1 1 1 1 6 6
K_6

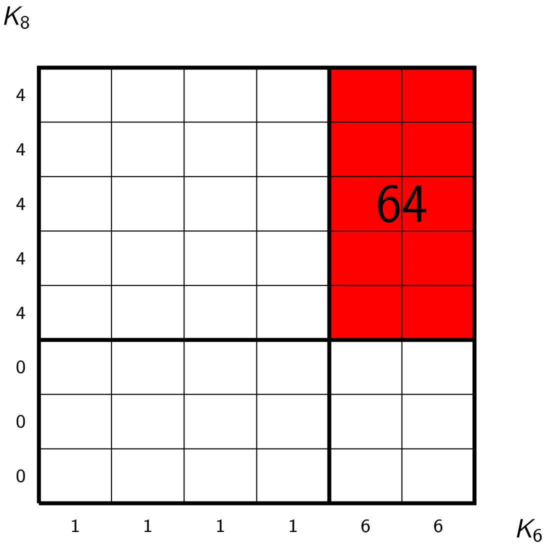
K_8

4						
4						
4						
4						
4						
0						
0						
0						
	1	1	1	1	6	6

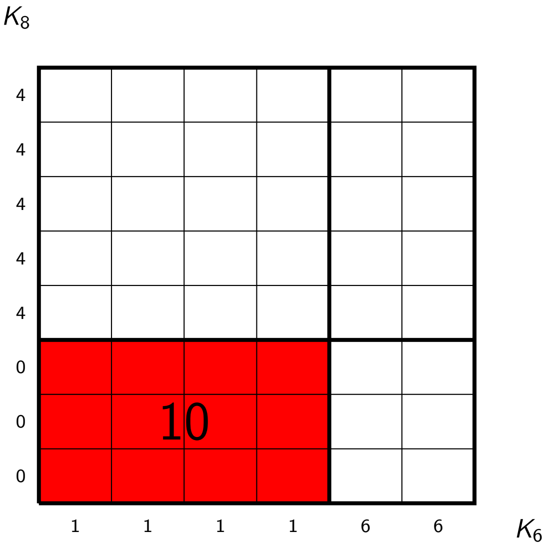
K_6


K_8
4
4
4
4
4
0
0
0
1 1 1 1 6 6
K_6

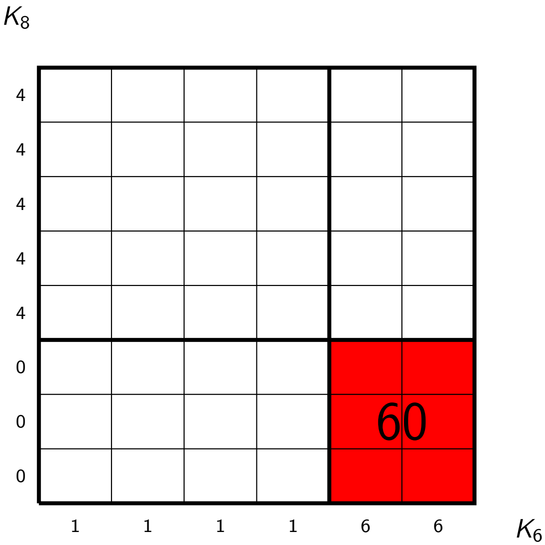

K_8
4
4
4
4
4
0
0
0
14
1
1
1
1
6
6
K_6



K_8
4
4
4
4
4
0
0
0
64
1
1
1
1
6
6
K_6



K_8
4
4
4
4
4
0
0
0
10
1
1
1
1
6
6
K_6


K_8
4
4
4
4
4
0
0
0
60
1
1
1
1
6
6
K_6

$$p(14) = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$$

$$p(64) = \frac{10}{48} = \frac{5}{24}$$

$$p(10) = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

$$p(60) = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$$

W przypadku doświadczenia wieloetapowego δ tworzymy przestrzeń probabilistyczną $(\Omega_\delta, p_\delta)$ za pomocą następujących reguł drzewa stochastycznego:

W przypadku doświadczenia wieloetapowego δ tworzymy przestrzeń probabilistyczną $(\Omega_\delta, p_\delta)$ za pomocą następujących reguł drzewa stochastycznego:

(R1) wynik wieloetapowego doświadczenia losowego δ (jako element zbioru Ω_δ, a zarazem jako tzw. zdarzenie elementarne) przedstawiamy jako ciąg wyników kolejnych etapów,

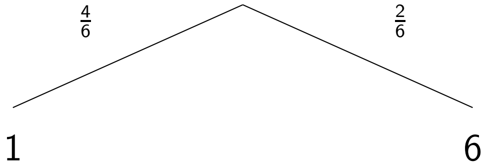
W przypadku doświadczenia wieloetapowego δ tworzymy przestrzeń probabilistyczną $(\Omega_\delta, p_\delta)$ za pomocą następujących reguł drzewa stochastycznego:

(R1) wynik wieloetapowego doświadczenia losowego δ (jako element zbioru Ω_δ, a zarazem jako tzw. zdarzenie elementarne) przedstawiamy jako ciąg wyników kolejnych etapów,

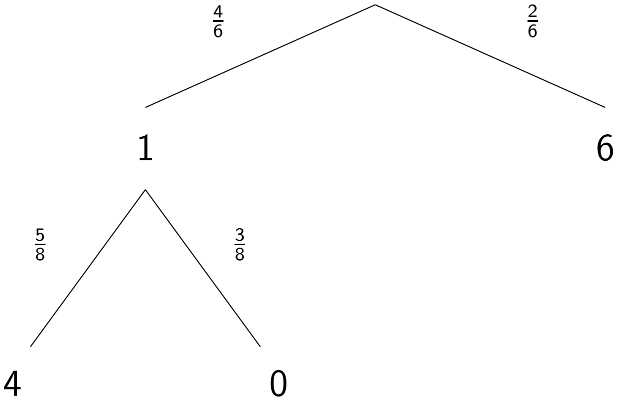
(R2) rozkład prawdopodobieństwa p_δ na zbiorze Ω_δ określamy tzw. regułą mnożenia, która orzeka: jeśli $\omega \in \Omega_\delta$ i $\omega = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$, para (Ω_k, p_k) jest modelem k-tego etapu oraz $a_k \in \Omega_k$ dla $k = 1, 2, \ldots, n$, to

$$p_\delta(\omega) = p_1(a_1) \cdot p_2(a_2) \cdot \ldots \cdot p_n(a_n).$$

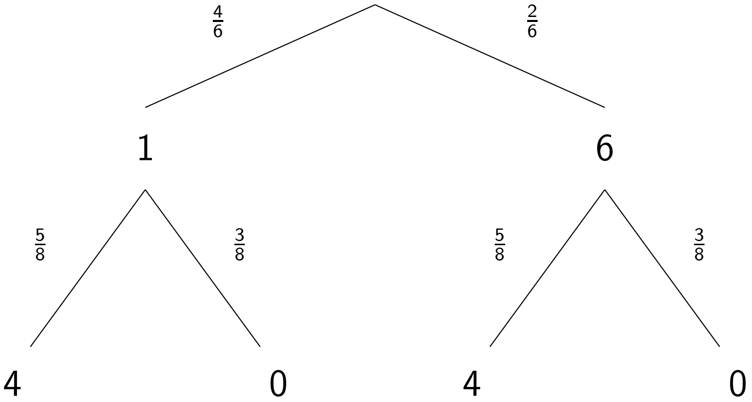
Kostki $K6$ i $K8$



Kostki $K6$ i $K8$



Kostki $K6$ i $K8$



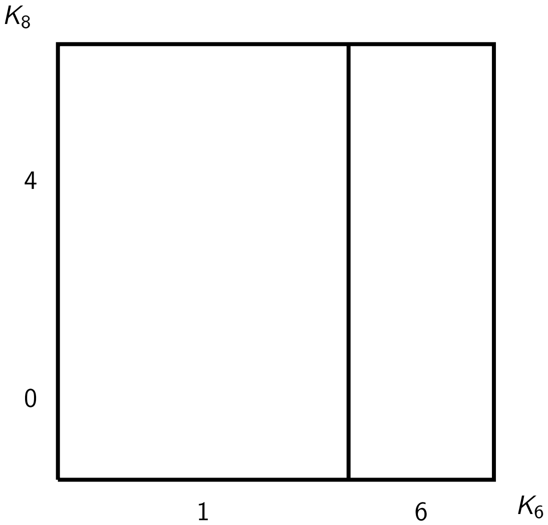
$$\Omega = \{14, 64, 10, 60\}$$

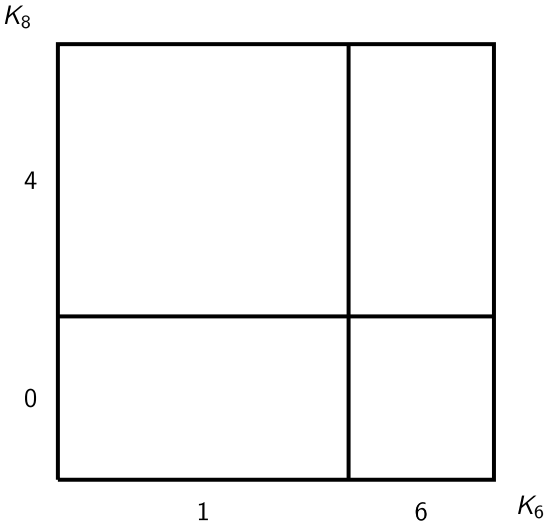
$$p(14) = \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{8} = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$$

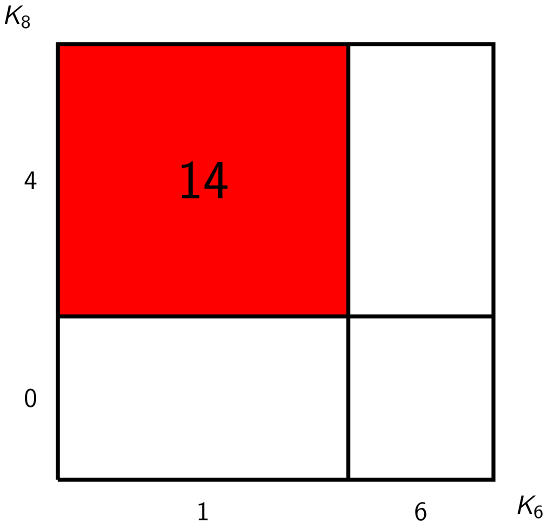
$$p(64) = \frac{2}{6} \cdot \frac{5}{8} = \frac{10}{48} = \frac{5}{24}$$

$$p(10) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

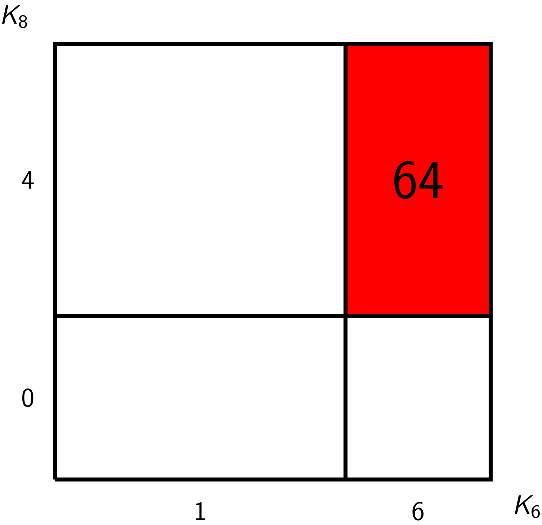
$$p(60) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$$

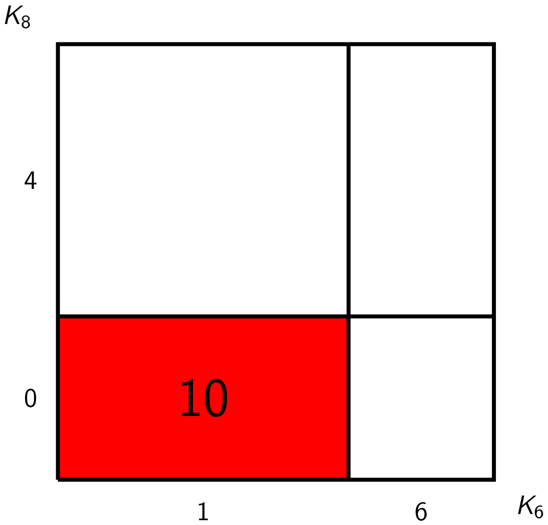

K_8
4
0
1
6
K_6

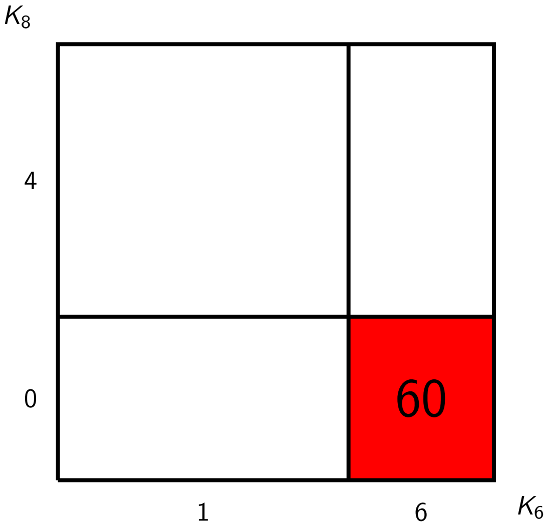

K_8
4
0
1
6
K_6



K_8
4
14
0
1
6
K_6


K_8
4
64
0
1
6
K_6


K_8
4
0
10
1
6
K_6



K_8
4
0
60
1
6
K_6

$$\Omega = \{14, 64, 10, 60\}$$

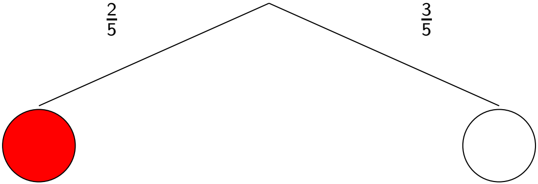
$$p(14) = \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{8} = \frac{20}{48} = \frac{5}{12}$$

$$p(64) = \frac{2}{6} \cdot \frac{5}{8} = \frac{10}{48} = \frac{5}{24}$$

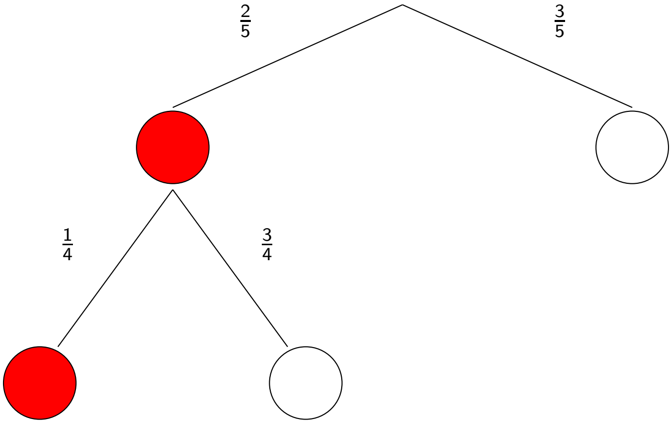
$$p(10) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$$

$$p(60) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{48} = \frac{1}{8}$$

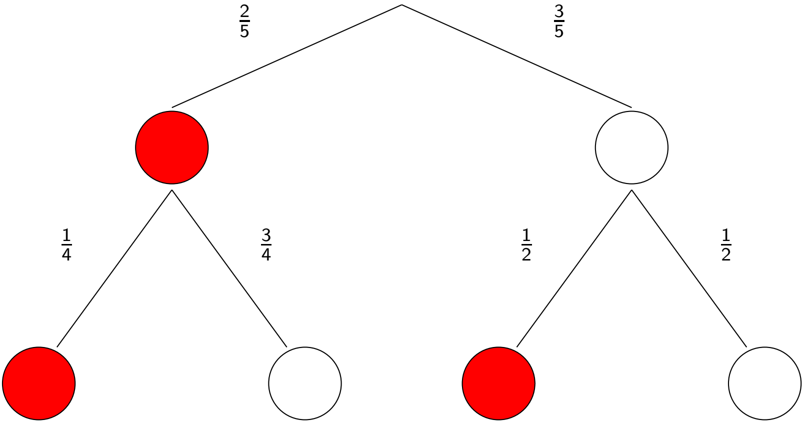
Doświadczenie δ_3



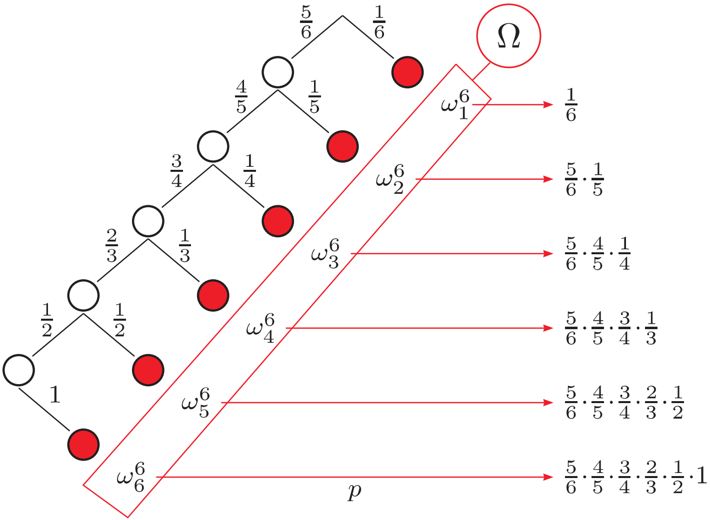
Doświadczenie δ_3



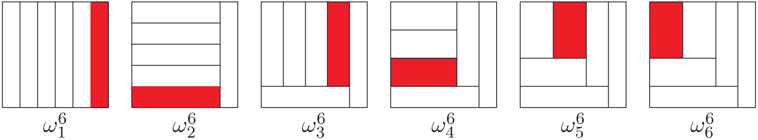
Doświadczenie δ_3



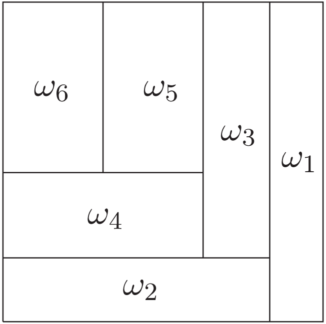
Doświadczenie δ_5



Doświadczenie δ_5



Doświadczenie δ_5



$$p(\omega_1) = \frac{1}{6} \cdot 1$$
$$p(\omega_2) = \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6}$$
$$p(\omega_3) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$$
$$p(\omega_4) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$$
$$p(\omega_5) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$$
$$p(\omega_6) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$$