Zdarzenie i Jego Prawdopodobieństwo 2

Zadanie 1 Egzamin testowy składa się z n pytań, do każdego pytania jest s odpowiedzi (zawsze dokładnie jedna odpowiedź jest prawidłowa). Za ile trafnych odpowiedzi należy się zdającemu ocena pozytywna, jeśli:

(a) $n = 20$ i $s = 2$;

(b) $n = 16$ i $s = 5$.

Zadanie 2 Wykonano 6 rzutów symetryczną kostką sześcienną, której dwie ściany pomalowano na biało, trzy na zielono i jedną na czarno. Rozważmy zdarzenia:

$A = \{$co najmniej raz wypadła ściana czarna$\}$;

$B = \{$dokładnie trzy razy wypadła ściana biała$\}$;

$C = \{$co najwyżej raz wypadła ściana zielona$\}$;

$D = \{$nie więcej niż pięć razy wypadły ściany biała lub czarna$\}$.

Oblicz prawdopodobieństwa tych zdarzeń.

Zadanie 3 Dany jest zestaw 10 zadań. Do każdego zadania są trzy pytania, na które należy odpowiedzieć TAK albo NIE. Zadanie uznajemy za rozwiązane, jeśli wszystkie trzy odpowiedzi do danego zadania są prawidłowe. Jakie jest prawdopodobieństwo, że uczeń zgadując (tzn. nic nie umiejąc i podając odpowiedzi w sposób losowy), rozwiąże co najmniej 8 zadań?

Zadanie 4 Za chwilę będziesz losował 5 razy bez zwracania kulę z urny U_{3*2}. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że kule czarne wyciągniesz w dwu kolejnych losowaniach.

Zadanie 5 Dziewczyna trzyma w dłoni 4 źdźbła tak, że ich końce sterczą z obu stron dłoni. Jej przyjaciółka wiąże (losowo) te końce parami, oddzielnie po obu stronach dłoni. Jakie jest prawdopodobieństwo, że powiązane źdźbła utworzą zamknięty krąg (wróży to dziewczynie wiążącej źdźbła zamążpójście w najbliższym roku).

Zadanie 6 W pewnej szkole są trzy klasy czwarte liczące po 30 uczniów. W każdej z tych klas jest dokładnie k dziewcząt. Do reprezentacji szkoły wybrano z każdej klasy czwartej jednego ucznia. Dla jakiej wartości k prawdopodobieństwo wybrania takiej trójki uczniów, wśród których są dokładnie dwaj chłopcy jest równe $\frac{4}{9}$? Zbadaj, dla jakiej wartości k prawdopodobieństwo wybrania takiej trójki uczniów, wśród których są dokładnie dwaj chłopcy jest największe. Oblicz to prawdopodobieństwo.

Zadanie 7 W urnie jest sześć kul. Wiadomo, że są tam zarówno kule białe, jak i czarne. Losując 24 razy ze zwracaniem kule z tej urny, dokładnie 8 razy trafiono na kule czarna. Przy jakim składzie kul w urnie prawdopodobieństwo tego, co się zdarzyło, jest największe?

Zadanie 8 W urnie są dwie kule białe i osiem czarnych. Losujemy 16 razy ze zwracaniem kulę z tej urny. Rozważmy zdarzenia:

$A = \{\text{kula czarna zostanie wylosowana dokładnie } k \text{ razy}\}$;

$B = \{\text{kula czarna zostanie wylosowana co najmniej } k \text{ razy}\}$;

$C = \{\text{kula czarna zostanie wylosowana co najwyżej } k \text{ razy}\}$.

Oblicz prawdopodobieństwa tych zdarzeń.

Zadanie 9 Od jakiego k począwszy praktycznie na pewno w grupie k osób są:

(a) co najmniej dwie osoby urodzone w tym samym dniu tygodnia;

(b) co najmniej dwie osoby urodzone pod tym samym znakiem zodiaku;

(c) co najmniej dwie osoby urodzone w tym samym dniu roku;

Od jakiego k począwszy prawdopodobieństwo, że w grupie k osób są co najmniej dwie urodzone w tym samym dniu roku, jest większe od $\frac{1}{2}$.

Zadanie 10 Rozwiąż trzy problemy:

- Bartek rzuci dwiema monetami, Artek jedną. Bartek zwycięży, jeśli wyrzuci więcej reszek niż Artek. W przeciwnym razie zwycięży Artek. Czy jest to gra sprawiedliwa?
- Bartek rzuci trzema monetami, Artek dwiema. Bartek zwycięży, jeśli wyrzuci więcej reszek niż Artek. W przeciwnym razie zwycięży Artek. Czy jest to gra sprawiedliwa?
- Artek ma n a Bartek $(n+1)$ monet. Każdy rzuci swoimi monetami. Jeśli Bartek wyrzuci więcej reszek niż Artek, to zwycięży. W przeciwnym razie zwycięży Artek. Czy jest to gra sprawiedliwa?

Zadanie 11 W grze uczestniczy dwóch graczy: G_A i G_B. Wykonują oni na przemian rzut monetą tak długo, aż zostanie wyrzucona reszka, a zwycięża gracz, który tę reszkę wyrzuci. Grę rozpoczyna gracz G_A. Czy taka gra jest sprawiedliwa?

Rozważ analogiczną grę z udziałem trzech graczy.

Rozważmy urnę U_{2*1} i grę, w której dwaj gracze losują ze zwracaniem kulę z tej urny dopóty, dopóki nie zostanie wylosowana kula czarna. Czy taka gra jest sprawiedliwa?

Uogólnij grę - wprowadź urnę U_{n*1} oraz rozważ udział k graczy? Dla jakich wartości parametrów n i k gra będzie sprawiedliwa?